

УДК: 534.1: 534.2

OECD: 2.03

DOI: 10.56408/2412-8627.2026.31.47.001

Моделирование процесса диссипации виброакустической энергии в штучном локальном антивибраторе с подвижным шариком

Асминин В.Ф.¹, Самофалова А.С.^{2*}

¹Д.т.н., профессор, профессор кафедры «Безопасность жизнедеятельности и правовых отношений», ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова»

²Ассистент кафедры «Теплогазоснабжения и нефтегазового дела», ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»

^{1,2}Г. Воронеж, РФ

Аннотация

В работе рассматривается математическое моделирование процесса диссипации виброакустической энергии в штучном локальном антивибраторе с подвижным шариком. Антивибратор предназначен для снижения вибраций и шума тонкостенных стальных конструкций станков в широком частотном диапазоне за счёт сочетания вязкоупругого и сухого трения, а также воздействия силы инерции от шарика. На основе метода динамики частиц разработана пространственно-детализированная трёхмерная модель вибродемпфирующего цилиндра с внутренним каналом, представленного совокупностью сферических элементов резины и стали с заданными механическими свойствами. Описаны физико-математические основы моделирования, алгоритм построения гексагональной структуры элементов, постановка начальных и граничных условий, а также численная схема интегрирования системы дифференциальных уравнений движения. Приведены основные входные параметры модели и выходные показатели эффективности, включая рассеиваемую акустическую мощность и максимальные деформации растяжения. Показана программная реализация модели и проведена статистическая оценка её адекватности экспериментальным данным по уровню звукового давления в широком частотном диапазоне с использованием критерия Стьюдента.

Ключевые слова: штучный локальный антивибратор, виброакустическая энергия, демпфирование, моделирование, метод динамики частиц, оценка адекватности

Modeling of vibroacoustic energy dissipation in a discrete local vibration damper with a movable ball

Asminin V.F.¹, Samofalova A.S.^{2}*

¹D.Sc., Professor, Professor of the Department of Life Safety and Legal Relations, Voronezh State Forestry University named after G.F. Morozov

²Assistant, Department of Heat and Gas Supply and Oil and Gas Engineering, Voronezh State Technical University

^{1,2}Voronezh, Russian Federation

*E-mail: samofalova.94@bk.ru (Самофалова А.С.)

Abstract

The work considers mathematical modeling of the process of vibroacoustic energy dissipation in a discrete local vibration damper with a movable ball. The vibration damper is designed to reduce vibrations and noise of thin-walled steel machine structures over a wide frequency range by combining viscoelastic and dry friction, as well as the inertial effects of the moving ball. Based on the particle dynamics method, a spatially detailed three-dimensional model of a vibration-damping cylinder with an internal channel has been developed, represented as an assembly of spherical elements made of rubber and steel with specified mechanical properties. The physical and mathematical foundations of the modeling are described, along with the algorithm for constructing a hexagonal element structure, the formulation of initial and boundary conditions, and the numerical integration scheme for the system of differential equations of motion. The main input parameters of the model and output performance indicators are presented, including dissipated acoustic power and maximum tensile deformations. The software implementation of the model is demonstrated, and a statistical assessment of its adequacy to experimental data on sound pressure levels over a wide frequency range is carried out using Student's *t*-test.

Keywords: discrete local vibration damper, vibroacoustic energy, damping, modeling, particle dynamics method, adequacy assessment

Введение

Широкое распространение в конструкциях станков различного функционального назначения получили различные элементы, изготовленные из тонкостенных стальных листов (толщиной от 1 до 3 мм), которые выполняют функцию ограждения движущихся частей (защитные кожухи), технологические и силовые шкафы электропитания, технологические и защитные дверцы и др. При работе этих станков по причине постоянного или переменного воздействия различных сил (в первую очередь от приводных механизмов и обработки заготовок режущим инструментом), возникают вибрационные процессы с интенсивным шумоизлучением в достаточно широком диапазоне.

В силу различных обстоятельств для устранения причин такого шумообразования тонкостенных элементов конструкций станков не всегда целесообразно (или невозможно) использовать сплошные вибродемпфирующие покрытия (ВДП) с адгезионным креплением, поэтому была предложена конструкция штучного локального антивибратора (ШЛАВ), который выполняется из резины в форме цилиндра со сквозным внутренним цилиндрическим каналом, внутри которого размещается шарик, свободно перемещающийся в вертикальном направлении. Практическим результатом предлагаемой конструкции штучного локального антивибратора является расширение частотного диапазона его эффективного применения в области средних и низких частот, а также повышение эффективности снижения высокочастотной вибрации не только за счёт вязкого трения (вязкоупругих свойств резины), но и за счёт дополнительного сухого трения, возникающего при перемещении шарика по сквозному внутреннему каналу цилиндра, и действия инерционных сил шарика. При этом фиксация устройства может обеспечиваться как через предварительно выполненную перфорацию в тонкостенной стальной конструкции, так и с помощью магнитных фиксаторов в вариативном исполнении ШЛАВ. В представляемой работе рассматривается моделирование процесса диссипации виброакустической энергии в штучном локальном антивибраторе с подвижным шариком [1]–[4].

1 Выбор метода моделирования

Для описания сложных акустических процессов, протекающих в штучных локальных антивибраторах (ШЛАВ), сформирована математическая модель, обеспечивающая высокую степень физической достоверности. В качестве базового численного аппарата выбран метод динамики частиц (МДЧ), к которому относится и широко применяемый в задачах компьютерной графики SPH-подход [5]–[7]. Указанный метод изначально разработан для расчёта высокодинамичных систем, включая среды и конструкции, подверженные значительным деформациям и даже разрушению на отдельные фрагменты [8]–[11]. Именно эти особенности обуславливают целесообразность применения метода динамики частиц для моделирования физических процессов, протекающих в ШЛАВ.

Преимущество МДЧ обусловлено его фундаментом – решением дифференциальных уравнений движения отдельных элементов. Благодаря этому можно с высокой точностью прогнозировать, как объект будет меняться со временем, строго следуя законам классической механики. МДЧ обладает высокой детализацией и высоким пространственным разрешением: форма исследуемого объекта представляется совокупностью $10^3 \dots 10^7$ шарообразных элементов. В элементы закладываются физические свойства моделируемой среды: объемная плотность, модуль упругости, предел прочности на разрыв, коэффициент внутреннего трения и т.п.

В рамках МДЧ отсутствует необходимость моделировать объект «вручную», вводя многочисленные упрощения и допущения. Необходимо только задать геометрическую конфигурацию объекта и порядок испытания, а также представить вибродемпфирующий цилиндр (основа конструкции ШЛАВ) как совокупность элементов, автоматически изменяющих свою геометрическую и кинематическую конфигурацию исходя из условия равновесия сил и с учетом динамических эффектов. Поэтому МДЧ позволяет реалистично моделировать как слабые, так и сильные деформации ШЛАВ в различных режимах его эксплуатации. Помимо этого, МДЧ позволяет моделировать процессы зарождения и развития разрушения вибродемпфирующего цилиндра (разрыв цилиндра при сильной вибрации, износ внутреннего канала при контакте с шариком и т.п.), что принципиально расширяет возможности анализа напряженно-деформированного состояния конструкции.

Однако наибольшая практическая ценность метода МДЧ заключается в возможности высокоадекватного моделирования взаимодействия резинового цилиндра с металлическим шариком. Чтобы сохранить универсальность модели, металлический шарик рассматривается как дополнительный шарообразный элемент с увеличенными диаметром и массой, взаимодействующий с другими элементами по тем же физическим законам.

2 Основные положения модели

При разработке модели объект представляется в дискретной форме с обеспечением высокого уровня пространственного детализирования, при этом в полной мере задействуются вычислительные ресурсы современных вычислительных систем.

Построение модели вибродемпфирующего цилиндра – базового узла ШЛАВ – требует корректного отображения двух аспектов: его геометрии (цилиндр с продольным каналом) и набора физических свойств [12].

Данная задача решается с применением метода динамики частиц, согласно которому тело цилиндра аппроксимируется множеством дискретных сферических элементов малого диаметра, каждый из которых подчиняется законам механики. Общее количество таких элементов составляет порядка 210000, и они способны

взаимодействовать между собой, а также с металлическим шариком и тонкостенной конструкцией, на которую подаются вибрационные воздействия (рисунок 1).

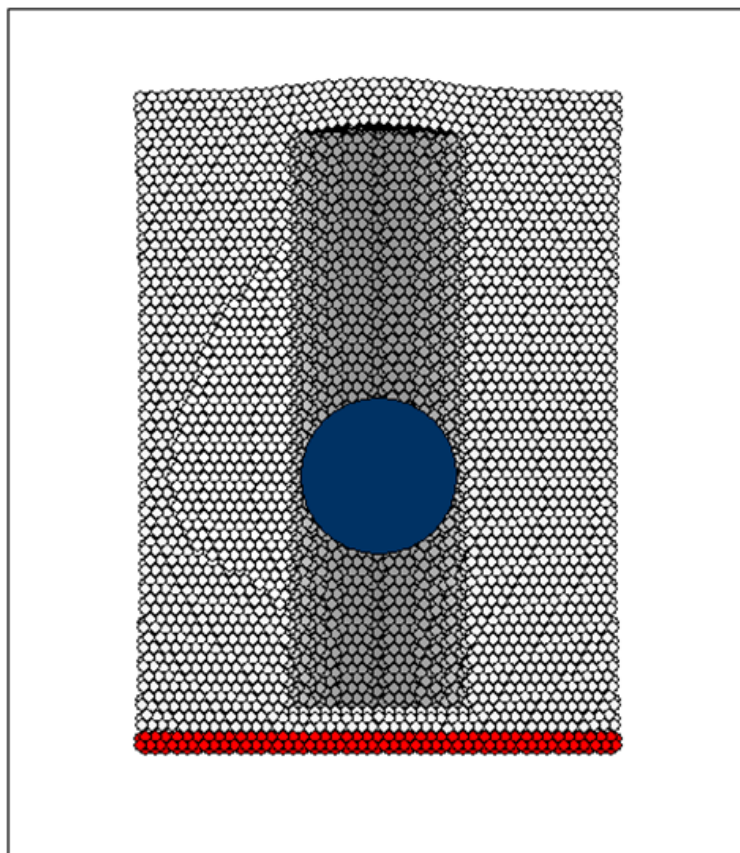


Рисунок 1 – Представление в модели вибродемпфирующего цилиндра как совокупности множества шарообразных элементов

Расчётная модель формируется в трёхмерной декартовой системе координат XYZ; каждый элемент представляется сферой одинакового диаметра $d_{\text{Э}}$. При этом используются два варианта материала: резиновые элементы описывают тело вибродемпфирующего цилиндра, а стальные – металлический шарик, расположенный в цилиндрическом канале.

Под действием внешних сил элементы перемещаются по законам классической механики, что может приводить к заметной перестройке формы цилиндра и, в предельных режимах нагружения, к его фрагментации.

3 Физико-математическая основа моделирования

Каждый расчётный сферический элемент E_i описывается шестью параметрами: положением центра в декартовой системе координат (x_i, y_i, z_i) и тремя компонентами вектора скорости (v_{xi}, v_{yi}, v_{zi}) . Совокупность элементов рассматривается как дискретное приближение вязкоупругой среды, что позволяет непосредственно задать в модели объёмную плотность, модуль упругости, предел прочности при растяжении и характеристики внутреннего трения материала. В рамках такой постановки взаимодействие соседних частиц формируется следующим образом: при их частичном пересечении возникают силы, стремящиеся раздвинуть элементы, а при избыточном увеличении расстояния между первоначально связными частицами действуют силы, стягивающие их друг к другу. Условная схема этих взаимодействий показана на рисунке 2.

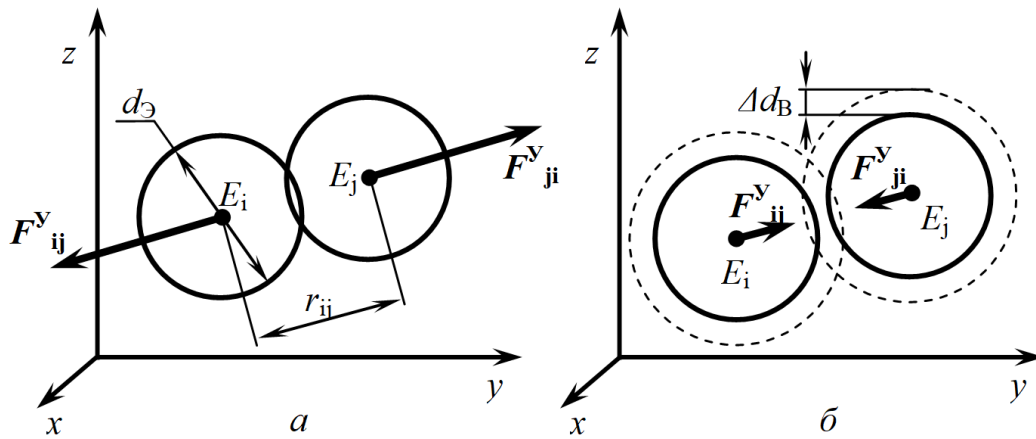


Рисунок 2 – Иллюстрация областей действия упругих сил между элементами вибродемпфирующего цилиндра в момент контакта:

- а – зона, в которой при пересечении элементов реализуются силы, раздвигающие их;
 б – зона, где при превышении заданного расстояния появляются силы, направленные на их сближение

Контактные упругие силы между элементами могут действовать в двух режимах, как проиллюстрировано на рисунке 2.

Режим отталкивания реализуется при сближении центров частиц до расстояния, лежащего в интервале $d_{\Delta} > r_{ij} > r_k$.

Режим притяжения включается в том же диапазоне расстояний $d_{\Delta} > r_{ij} > r_k$, но с противоположным направлением силового воздействия, обеспечивающим стремление элементов к сближению.

Параметр r_k задаётся в виде $r_k = \alpha d_{\Delta}$ и трактуется как критическое расстояние, при котором взаимодействие между частицами ещё учитывается. Безразмерный коэффициент α , связывающий это расстояние с диаметром сферического элемента, в расчётах принимается порядка 1,02. При определении силы, передаваемой от частицы i к частице j , используется третий закон Ньютона: действие на элемент i со стороны элемента j по модулю равно и противоположно направлению действию на элемент j со стороны элемента i . На основе второго закона Ньютона для всех частиц формируется система дифференциальных уравнений движения, определяющая эволюцию координат и скоростей во времени:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_{\Delta}} \left(\begin{cases} c_{ij}(d_{\Delta} - r_{ij}) \frac{(x_i - x_j)}{r_{ij}} + k_{ij}(v_{xi} - v_{xj}), & r_{ij} < d_{\Delta} + \Delta d_B; \\ 0, & r_{ij} \geq d_{\Delta} + \Delta d_B \end{cases} \right) + \sum_{k=1}^{N_{\text{III}}} F_{xik}^{\text{III}}; \\ m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_{\Delta}} \left(\begin{cases} c_{ij}(d_{\Delta} - r_{ij}) \frac{(y_i - y_j)}{r_{ij}} + k_{ij}(v_{yi} - v_{yj}), & r_{ij} < d_{\Delta} + \Delta d_B; \\ 0, & r_{ij} \geq d_{\Delta} + \Delta d_B \end{cases} \right) + \sum_{k=1}^{N_{\text{III}}} F_{yik}^{\text{III}}; \\ m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} = -m_i g + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_{\Delta}} \left(\begin{cases} c_{ij}(d_{\Delta} - r_{ij}) \frac{(z_i - z_j)}{r_{ij}} + k_{ij}(v_{zi} - v_{zj}), & r_{ij} < d_{\Delta} + \Delta d_B; \\ 0, & r_{ij} \geq d_{\Delta} + \Delta d_B \end{cases} \right) + \sum_{k=1}^{N_{\text{III}}} F_{zik}^{\text{III}}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где i – индекс рассматриваемого элемента, m_i – его масса; (x_i, y_i, z_i) – текущие координаты, t – время; N_{Δ} – полное число элементов, j – индекс элемента, потенциально взаимодействующего с i -м, c_{ij} , k_{ij} – коэффициенты жёсткости

и вязкости при взаимодействии пары i, j , r_{ij} – евклидово расстояние между центрами i -го и j -го элементов, v_{xi}, v_{yi}, v_{zi} – декартовы компоненты скорости i -го элемента, ΔdB – дополнительный зазор, ограничивающий область взаимодействия, g – ускорение свободного падения, k – номер стального шарика, воздействующего на вибродемпфирующий цилиндр, $N_{\text{ш}}$ – общее количество стальных шариков, $F_{xik}^{\text{ш}}, F_{yik}^{\text{ш}}, F_{zik}^{\text{ш}}$ – проекции силы, с которой k -й шарик действует на i -й элемент.

Расстояние r_{ij} вычисляется через координаты центров по классической формуле евклидовой метрики:

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$$

Коэффициент жёсткости c_{ij} определяется на основе справочных значений объёмного модуля упругости материала E с учётом особенностей дискретной упаковки:

$$c_{ij} = E \cdot \frac{\pi d_{\text{Э}}}{4} k_3, \quad (2)$$

где E – объёмный модуль упругости материала, $d_{\text{Э}}$ – диаметр элемента, k_3 – коэффициент заполнения пространства, учитывающий наличие зазоров (просветов) между элементами при их случайной плотной укладке.

Для обеспечения универсальности разрабатываемой модели движение стального шарика и его взаимодействие с резиновыми элементами описывается аналогичными соотношениями. Отличия заключаются в учёте большего диаметра шарика по сравнению с элементами, а также в использовании иных значений параметров c_{ij} , k_{ij} , $\Delta d_{\text{в}}$, соответствующих контактному взаимодействию пары «сталь – резина».

4 Представление ШЛАВ в модели

ШЛАВ в модели представляет собой цилиндр с цилиндрической полостью. Разрез ШЛАВ вдоль оси представлен на рисунке 3.

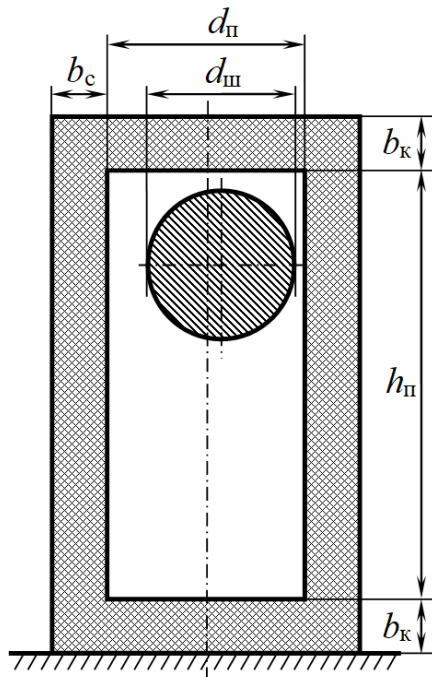


Рисунок 3 – Геометрические параметры ШЛАВ

ШЛАВ характеризуется следующими геометрическими параметрами:

$h_{\text{п}}$ – высота цилиндрической полости;

$d_{\text{п}}$ – диаметр цилиндрической полости;

$b_{\text{с}}$ – толщина боковых стенок;

$b_{\text{к}}$ – толщина верхней и нижней крышек цилиндра;

$d_{\text{ш}}$ – диаметр шарика.

Модель вибродемпфирующего цилиндра создается путем заполнения его объема сферическими элементами. Для того чтобы сферические элементы (i) образовывали максимально плотноупакованную (гексагональную) структуру, их размещение в пространстве производится с использованием следующих выражений:

$$x_i = (k + 1) \cdot j \cdot 0,05 + n \cdot 0,05$$

$$y_i = (2j + 1) \cdot 0,0866025 + n \cdot 0,0288675 \quad (3)$$

$$z_i = 2n \cdot (0,0866025 - 0,005)$$

где k , j , n – целые числа, сплошной перебор которых позволяет получить гексагональную структуру элементов.

Из бесконечной гексагональной структуры объем цилиндра ШЛАВ составляют только элементы, координаты которых (x_i , y_i , z_i) удовлетворяют следующей системе неравенств:

$$\begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} \frac{d_{\text{п}}}{2} \leq r_i \leq \frac{d_{\text{п}}}{2} + b_{\text{с}}; \\ |z_i| < \frac{h_{\text{п}}}{2}; \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} r_i \leq \frac{d_{\text{п}}}{2} + b_{\text{с}}; \\ \frac{h_{\text{п}}}{2} \leq |z_i| \leq \frac{h_{\text{п}}}{2} + b_{\text{к}}, \end{array} \right. \end{cases} \quad (4)$$

где $r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ – расстояние элемента i до оси цилиндра.

В результате объем, принадлежащий ШЛАВ, содержал от 5239 до 27328 элементов (в зависимости от геометрических параметров).

5 Общая система уравнений и метод ее решения

Дифференциальные уравнения, описывающие движение элементов вибродемпфирующего цилиндра, являются однотипными и в общем виде записываются следующим образом

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = k_1 \frac{dx}{dt} + k_2 x + k_3 \quad (5)$$

$$ma = k_1 v + k_2 x + k_3 \quad (6)$$

где m – масса элемента, x – искомая функция (зависимость координаты x , y или z от времени), t – время, k_1 , k_2 , k_3 – величины, не зависящие от x , но зависящие от других искомым функций системы дифференциальных уравнений, a – ускорение (соответствующая декартова компонента a_x , a_y или a_z), v – скорость (соответствующая декартова компонента v_x , v_y или v_z) [8].

В совокупности с начальными условиями данные уравнения представляют собой задачу Коши. Для ее решения используется численный метод Рунге-Кутты второго

порядка (другое название метода – модифицированный метод Эйлера-Коши), при этом метод реализуется следующими итерационными формулами

$$x^{\tau+1} = x^{\tau} + v^{\tau} \cdot \Delta t + \frac{k_1 v^{\tau} + k_2 x^{\tau} + k_3 \cdot (\Delta t)^2}{m} \quad (7)$$

$$v^{\tau+1} = v^{\tau} + \frac{k_1 v^{\tau} + k_2 x^{\tau} + k_3 \cdot \Delta t}{m} \quad (8)$$

где индексы τ и $\tau+1$ обозначают текущий и последующий шаг интегрирования по времени, Δt – величина шага интегрирования.

Данный метод имеет второй порядок точности по отношению к искомой функции $x(t)$. Метод является универсальным, надежным, а также быстро программируемым. Шаг интегрирования системы дифференциальных уравнений составлял $\Delta t = 0,001$ с [8].

6 Начальные и граничные условия, допущения модели, устойчивость решения

Стартовые координаты элементов вибродемпфирующего цилиндра задаются в соответствии с алгоритмом их исходного расположения, описанным ранее. Для всех элементов на начальном шаге расчёта скорости движения полагаются нулевыми, то есть компоненты скоростей по осям x , y и z принимаются равными нулю.

Область допускаемых перемещений элементов ограничивается трёхмерным модельным объёмом с размерами $L_x \times L_y \times L_z$. Если в процессе интегрирования траектория какого-либо элемента приводит к выходу за пределы этой области, его положение и скорость корректируются таким образом, чтобы элемент оставался внутри расчётного объёма. В частности, при условии $x_i = L_x$ координата пересчитывается как $x_i > L_x$, а продольная скорость изменяет знак: $v_{x_i} = -v_{x_i}$.

В рамках настоящего исследования принят ряд упрощений, позволяющих свести сложность расчётной задачи к вычислительно реализуемому уровню. Модель основывается на предположениях локальной однородности дискретных элементов, их описания в рамках классической ньютоновской механики с учётом контактных взаимодействий, неизменности объёмной плотности, линейного вязкоупругого характера силового взаимодействия и сведения реологических свойств среды к ограниченному набору параметров, включающему размер, массу, жёсткость, вязкость и характеристики области взаимодействия.

Общее число дифференциальных уравнений в разработанной модели достигает приблизительно 60 000 (около 20 000 элементов, для каждого из которых записываются три уравнения движения по декартовым координатам). В целом вычислительная система демонстрирует устойчивость по отношению к статистически осреднённым выходным параметрам, описывающим состояние материала вибродемпфирующего цилиндра – таким как средняя плотность, координаты центра масс, усреднённая скорость и интегральные прочностные показатели. В то же время каждое отдельное уравнение характеризуется низкой локальной устойчивостью. Подобное сочетание является типичным, а именно – локальная неустойчивость при глобальной устойчивости ансамбля. Аналогичная ситуация наблюдается в методе молекулярной динамики, где исследуются движения атомов и молекул на микроскопическом уровне: индивидуальные траектории отдельных частиц могут быть крайне чувствительны к начальным условиям (эффект «бабочки»), однако их коллективное поведение формирует устойчивые статистические характеристики. Более того, с увеличением размерности задачи (рост числа частиц) устойчивость системы по отношению к средним величинам, как правило, повышается. Таким образом, система

из порядка 60 000 дифференциальных уравнений может считаться достаточно устойчивой для целей инженерного моделирования.

7 Входные параметры модели и выходные показатели

Разработанная модель позволяет задавать более 30 конструктивных и технологических параметров ШЛАВ и условий компьютерного эксперимента. Взаимосвязь между основными входными и выходными переменными схематично показана на рисунке 4.

К основным входным переменным относятся геометрические параметры ШЛАВ: $d_{ш}$ – диаметр стального шарика, b_c – толщина боковой стенки, $h_{ш}$ – высота цилиндрической полости.

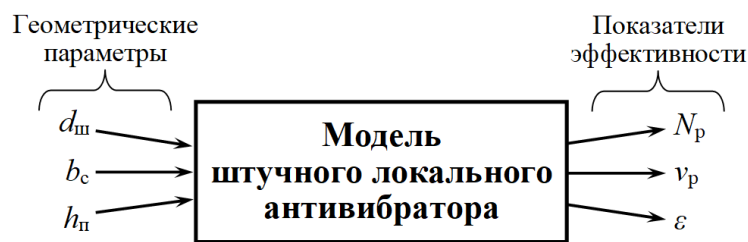


Рисунок 4 – Основные входные и выходные переменные модели

В качестве выходных переменных модели рассматриваются средняя за время компьютерного эксперимента рассеиваемая одним ШЛАВ акустическая (вибрационная) мощность, средняя за время компьютерного эксперимента удельная рассеиваемая акустическая (вибрационная) мощность и относительная деформация растяжения в материале ШЛАВ.

Средняя за время компьютерного эксперимента рассеиваемая одним ШЛАВ акустическая (вибрационная) мощность N_p , рассчитывается следующим образом [1]:

$$N_p = \frac{1}{t_2 - t_1} \sum_{\tau=[t_1/\Delta t]}^{[t_2/\Delta t]} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_{\Sigma}} \left(\begin{cases} k_{ij}(v_{xi}^{\tau} - v_{xj}^{\tau})^2 + (v_{yi}^{\tau} - v_{yj}^{\tau})^2 + (v_{zi}^{\tau} - v_{zj}^{\tau})^2, & r_{ij}^{\tau} < d_{\Sigma} + \Delta d_B; \\ 0, & r_{ij}^{\tau} \geq d_{\Sigma} + \Delta d_B \end{cases} \right), \quad (9)$$

где t_1 и t_2 – моменты времени, в которые начинается и заканчивается усреднение рассеиваемой мощности в процессе компьютерного эксперимента, τ и Δt – порядковый номер и величина шага интегрирования по времени дифференциальных уравнений, [...] – оператор выделения целой части числа с округлением, ν_p – средняя за время компьютерного эксперимента удельная рассеиваемая акустическая (вибрационная) мощность.

Средняя удельная рассеиваемая акустическая (вибрационная) мощность рассчитывается следующим образом:

$$\nu_p = \frac{N_p}{V_{\text{ШЛАВ}}} = \frac{N_p}{\pi \left(\frac{d_n}{2} + b_c \right)^2 (h_{ш} + 2b_k) - \pi \left(\frac{d_n}{2} \right)^2 h_{ш}}, \quad (10)$$

где $V_{\text{ШЛАВ}}$ – объем материала (резины), из которого изготовлен ШЛАВ.

Ориентируясь на абсолютную N_p или на удельную ν_p , рассеиваемые мощности можно реализовать различные стратегии размещения локальных антивибраторов

на тонкостенных элементах конструкций и добиться либо минимального количества ШЛАВ безотносительно к их размерам, либо минимального расхода материала (резины) безотносительно к количеству ШЛАВ.

Относительная деформация растяжения в материале ШЛАВ, ε , максимальная как за время компьютерного эксперимента, так и максимальная по объему ШЛАВ, рассчитывается следующим образом:

$$\varepsilon = \max_{[t_1/\Delta t] \leq \tau \leq [t_2/\Delta t]} \left(\max_{i,j} \left(\frac{r_{ij}^\tau}{r_{ij}^0} - 1 \right) \right), \quad (11)$$

где r_{ij}^τ и r_{ij}^0 – расстояние между элементами i и j (изначально соседствующими) соответственно на шаге интегрирования τ и в начальном состоянии покоя ШЛАВ.

В процессе теоретической оптимизации параметров ШЛАВ необходимо добиться, чтобы показатель ε не превышал определённого критического значения (около 0,1), при превышении которого начинается быстрое разрушение материала ШЛАВ.

В процессе дальнейшей теоретической оптимизации ШЛАВ необходимо добиться, чтобы абсолютная N_p и удельная ν_p рассеиваемые мощности были как можно большими, а максимальная относительная деформация растяжения ε была как можно меньшей.

Вычислительные эксперименты выявили немонотонное влияние геометрических параметров на рассеиваемую мощность N_p . Увеличение диаметра шарика $d_{ш}$ при фиксированном цилиндре сначала повышает N_p за счёт ударных взаимодействий (при $d_{ш} \approx 0,6 d_{ц}$), но при $d_{ш} > 0,85 d_{ц}$ шарик заклинивает, и эффективность падает. Толщина боковой стенки b_c создаёт конкуренцию жёсткости и податливости: тонкие стенки ($b_c < 0,2 d_{ц}$) легко деформируются, но теряют возвращающую силу; толстые ($b_c > 0,4 d_{ц}$) локализуют деформации у канала. Максимум N_p достигается при промежуточных b_c . Высота полости $h_{ц}$ определяет режим движения шарика: при большой высоте – хаотичные перескоки с частыми, но слабыми ударами; при малой ($h_{ц}$ на 20–30% больше $d_{ш}$) – квазистатическое сжатие и износ. Оптимум соответствует одному-двум перекачиванием шарика за период вибрации.

Таким образом, эффективность ШЛАВ определяется балансом инерционных, упругих и диссипативных характеристик. Целенаправленное варьирование $d_{ш}$, b_c и $h_{ц}$ позволяет настраивать антивибратор на подавление вибраций в диапазоне от низких (10–100 Гц) до высоких (1–8 кГц) частот. Выявленные закономерности могут служить основой для многопараметрической оптимизации.

8 Программная реализация модели

Согласно общепринятой типологии математических моделей, предлагаемый вариант следует отнести к алгоритмическим моделям, в отличие от аналитических. Иными словами, выходные параметры системы не выражаются через входные посредством замкнутых аналитических формул (что для данного класса процессов фактически нереализуемо), а определяются в результате численного решения задачи на дискретной пространственно-временной сетке с использованием специального расчётного алгоритма.

Построенный математический аппарат программно реализован в виде специализированного программного продукта «Программа для моделирования штучного локального антивибратора», разработанного на языке Object Pascal в среде Borland Delphi 7 [4]. Визуализация результатов моделирования представлена на рисунке 5.

Программа предназначена для моделирования механического поведения вибродемпфирующего цилиндра со стальным шариком во внутреннем канале.

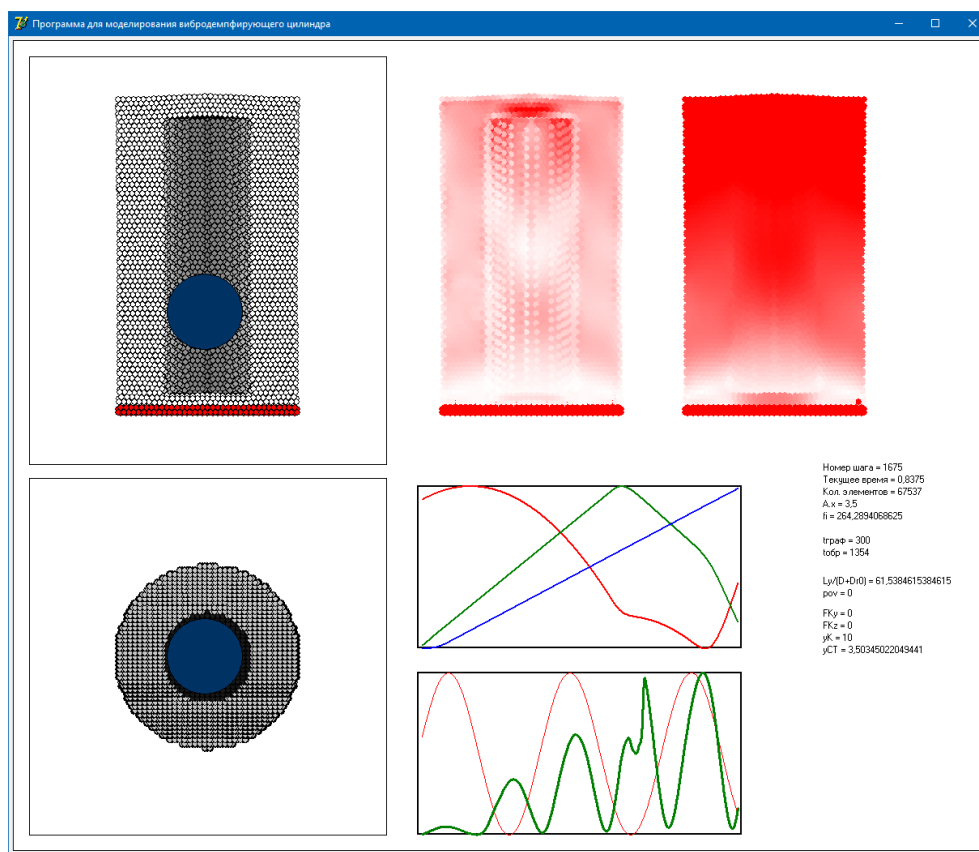


Рисунок 5 – Визуализация результатов моделирования в ходе выполнения программного расчёта: двух проекций вибродемпфирующего цилиндра (слева), картограмм распределения поглощаемой мощности и скоростей (справа сверху) и графиков зависимостей от времени декартовых координат стального шарика в цилиндрическом канале и общего поглощения энергии (справа внизу)

В исходном коде программы могут быть заданы конструктивные параметры вибродемпфирующего цилиндра и параметры контактирующей с ним вибрирующей поверхности. В процессе работы программа выводит на экран две проекции цилиндра, картограммы распределения поглощаемой акустической мощности и локальной скорости движения, графики зависимостей от времени координат стального шарика и общей поглощаемой акустической мощности.

Программа применима в широких диапазонах конструктивных параметров вибродемпфирующего цилиндра и параметров вибрации.

Использование разработанной программы предполагает применение вычислительной системы с частотой процессора не менее 3,0 ГГц и объёмом оперативной памяти (ОЗУ) не менее 4 Гбайт. Размер исходного текста программы составляет приблизительно 23 Кбайт, что свидетельствует о сравнительно компактной структуре программной реализации.

9 Статистическая оценка адекватности разработанной модели

Методика экспериментального исследования акустической эффективности штучных вибродемпфирующих вставок, включая конструкцию физической модели, схему размещения вставок в перфорации тонкостенной стальной пластины, способы возбуждения и порядок регистрации акустических характеристик, изложена в работах [1], [14]–[15]. В настоящей статье экспериментальные результаты используются

для верификации разработанной расчётной модели ШЛАВ с подвижным шариком.

Проверку адекватности разработанной математической модели выполняли, сопоставляя рассчитанные и измеренные зависимости уровня звукового давления L от частоты возбуждающих колебаний f . Теоретические значения были получены в серии численных экспериментов, в рамках которых частоту возбуждения последовательно изменяли по октавным полосам 63, 125, 250, 500, 1000, 2000, 4000 и 8000 Гц.

Результаты лабораторных и компьютерных экспериментов сопоставлены на рисунке 6. Как видно из графиков, в диапазоне частот 125...8000 Гц теоретическая линия проходит довольно близко к экспериментальным точкам. Наибольшее различие графиков наблюдается в точке изменения тенденции $f = 1000$ Гц.

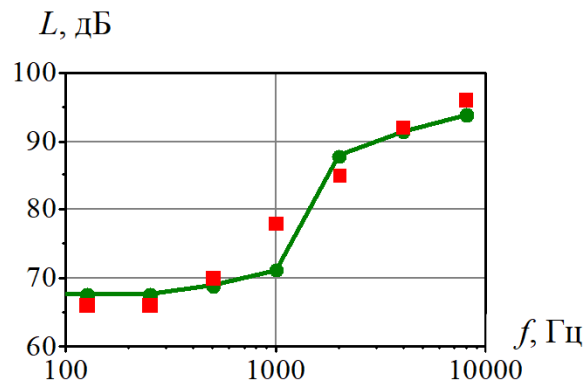


Рисунок 6 – Теоретическая (сплошная линия) и экспериментальная (отдельные квадраты) зависимости уровня звукового давления L , дБ, от частоты f , Гц

Для проведения статистической оценки адекватности рассмотрим случайную величину, представляющую собой отклонение экспериментально измеренной величины L от модельной $F = L_{\text{э}} - L_{\text{м}}$. Зависимость L от f получена по восьми экспериментальным точкам как в лабораторном эксперименте, так и в модели (таблица 1) [1].

Таблица 1 – Результаты эксперимента и моделирования для оценки адекватности модели

Частота, f , Гц	Уровень звукового давления экспериментальный $L_{\text{э}}$, дБ	Уровень звукового давления в модели $L_{\text{м}}$, дБ	Разность $L_{\text{э}} - L_{\text{м}}$, дБ
63	58	67,6	-9,6
125	66	67,6	-1,6
250	66	67,6	-1,6
500	70	68,8	1,2
1000	78	71,2	6,8
2000	85	87,8	-2,8
4000	92	91,4	0,6
8000	96	93,8	2,2

По данным, представленным в таблице 1, полученным в результате сопоставления экспериментальных и теоретических значений уровня звукового давления в октавных полосах частот, среднее отклонение разности $L_{\text{э}} - L_{\text{м}}$ по восьми точкам составляет $m_F = -0,600$ дБ, тогда как соответствующее среднеквадратическое отклонение равно $s_F = 4,707$ дБ.

Для проверки адекватности модели использовался двусторонний критерий Стьюдента $t_{д.к.}$. Статистическая гипотеза формулировалась следующим образом: «экспериментальная зависимость совпадает с теоретической». В обозначениях случайных величин это может быть записано « $L_m = L_3$ » или, что то же самое, « $F = 0$ ». Гипотеза считается верной, если выполняется условие:

$$\frac{|m_F|}{s_F} \sqrt{n} < t_{д.к.}(\alpha, n-1), \quad (12)$$

где n – количество экспериментальных точек; α – уровень статистической значимости.

Подставляя рассчитанные значения выборочного среднего, среднеквадратичного отклонения, а также табличное значение критерия Стьюдента $t_{д.к.}$ для уровня значимости $\alpha = 0,05$, получаем выражение вида:

$$\frac{|-0,600|}{4,707} \sqrt{8} = 0,361 < 2,447, \quad (13)$$

Выполнение неравенства $0,361 < 2,447$ показывает, что условие принятия гипотезы выполняется, то есть расхождение между теоретическими и экспериментальными данными статистически несущественно при доверительной вероятности не ниже 95%. Таким образом, результаты проверки по критерию Стьюдента подтверждают, что разработанная математическая модель может считаться адекватной эксперименту и служить обоснованием для сформулированных на этапе теоретических исследований выводов.

Заключение

1. Разработана математическая модель штучного локального антивибратора, обладающая высокой детализацией и высоким пространственным разрешением, позволяющая изучить эффективность процесса демпфирования вибрации в различных акустических режимах и с различными конструктивными параметрами вибродемпфирующего цилиндра и стального шарика.

2. На основе разработанной математической модели реализована программа для ЭВМ для проведения компьютерных экспериментов, позволяющих изучить на «микроуровне» (уровне отдельных элементов модели) процессы поглощения акустической энергии и изучить влияние конструктивных параметров вибродемпфирующего цилиндра на показатели его эффективности.

3. Оценка с помощью критерия Стьюдента подтверждает, что разработанная модель адекватно воспроизводит экспериментальную зависимость уровней звукового давления от частоты при применении ШЛАВ со статистической надежностью более 95%, что свидетельствует о корректном выборе структуры модели и допущений, положенных в её основу, а также позволяет использовать полученную зависимость для инженерных расчётов и оптимизации параметров демпфирующего устройства.

Список использованных источников

1. Самофалова А.С., Асминин В.Ф., Сазонова С.А. Демпфирование дискретными резиновыми вставками вибродемпфирующих тонкостенных металлических конструкций // Noise Theory and Practice. – 2024. – Том 10, № 1. – С. 69–81.

2. RU патент N 235749 U1, от 15.07.2025 г. Штучный локальный антивибратор / В.Ф. Асминин, А.С. Самофалова, А.А. Веневитин; заявитель, патентообладатель Воронежский гос. тех. ун-т. - 5 с.
3. RU патент N 237192 U1, от 12.09.2025 г. Штучный локальный антивибратор / В.Ф. Асминин, А.С. Самофалова, А.А. Веневитин, С.А. Сазонова; заявитель, патентообладатель Воронежский гос. тех. ун-т. - 5 с.
4. RU свидетельство на программу для ЭВМ N 2025689299, от 27.10.2025 г. Программа для моделирования штучного локального антивибратора / А.С. Самофалова, В.Ф. Асминин, В.В. Посметьев, И.Ю. Брехин; заявитель, патентообладатель Воронежский гос. тех. ун-т - 1 с.
5. Belytschko T., Chen J.S., Hillman M. Meshfree and Particle Methods: Fundamentals and Applications. - Wiley, 2023. - 332 p.
6. Gotoh H., Khayyer A. Advanced Particle Methods. - Springer, 2025. - 284 p.
7. Zhang C., Zhu Y.J., Wu D., Adams N.A., Hu X.Y. Smoothed particle hydrodynamics: Methodology development and recent achievement // Journal of Hydrodynamics. - 2022. - Vol. 34, No. 5. - P. 767–805.
8. Гулд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике. Ч. 2. - М.: Мир, 1990. - 400 с.
9. Лагарьков А.Н., Сергеев В.М. Метод молекулярной динамики в статистической физике // УФН. - 1978. - Т. 125, № 7. - С. 409–448.
10. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. - М.: Мир, 1987. - 638 с.
11. Кривцов А.М., Кривцова Н.В. Метод частиц и его использование в механике деформируемого твёрдого тела // Дальневосточный математический журнал ДВО РАН. - 2002. - Т. 3, № 2. - С. 254–276.
12. Modal control for damping of elastic vibrations bound and perspective / Polyanskiy V.A., Smirnova N.A. // Noise Theory and Practice. - 2023. - Vol. 9, No. 2. - P. 52–64.
13. Experimental studies of the effectiveness of a strip vibration absorber with a single-point fastening / Kirpichnikov V.Yu. et al. // Noise Theory and Practice. - 2023. - Vol. 9, No. 1. - P. 50–57.
14. Асминин В.Ф., Енин И.В., Самофалова А.С., Сазонова С.А. Теоретическое и экспериментальное обоснование применения вибродемпфирующих вставок в вариативном исполнении для снижения звуковой вибрации от тонкостенных металлических кожухов и ограждений // Техника и технология строительства. - 2023. - С. 120–124.
15. Самофалова А.С., Асминин В.Ф. Использование виброгасящих вставок для металлических конструкций приборов с целью снижения их вибровозбудимости // Подготовка кадров в условиях перехода на инновационный путь развития лесного хозяйства: материалы научно-практической конференции. Воронеж. - 2021. - С. 250–253.

References

1. Samofalova A.S., Asminin V.F., Sazonova S.A. Damping of vibration-damping thin-walled steel structures with discrete rubber inserts // Noise Theory and Practice. - 2024. - Vol. 10, No. 1. - P. 69–81.
2. RU patent No. 235749 U1, dated 15.07.2025. Discrete local vibration damper / V.F. Asminin, A.S. Samofalova, A.A. Venevitin; applicant, patent holder Voronezh State Technical University. - 5 p.

3. RU patent No. 237192 U1, dated 12.09.2025. Discrete local vibration damper / V.F. Asminin, A.S. Samofalova, A.A. Venevityin, S.A. Sazonova; applicant, patent holder Voronezh State Technical University. - 5 p.
4. RU computer program certificate No. 2025689299, dated 27.10.2025. Program for modeling a discrete local vibration damper / A.S. Samofalova, V.F. Asminin, V.V. Posmetev, I.Yu. Brekhin; applicant, certificate holder Voronezh State Technical University. - 1 p.
5. Belytschko T., Chen J.S., Hillman M. Meshfree and Particle Methods: Fundamentals and Applications. - Wiley, 2023. - 332 p.
6. Gotoh H., Khayyer A. Advanced Particle Methods. - Springer, 2025. - 284 p.
7. Zhang C., Zhu Y.J., Wu D., Adams N.A., Hu X.Y. Smoothed particle hydrodynamics: Methodology development and recent achievement // Journal of Hydrodynamics. - 2022. - Vol. 34, No. 5. - P. 767–805.
8. Gould H., Tobochnik J. Computer Simulation in Physics. Part 2. - Moscow: Mir, 1990. - 400 p.
9. Lagar'kov A.N., Sergeev V.M. Molecular dynamics method in statistical physics // Uspekhi Fizicheskikh Nauk. - 1978. - Vol. 125, No. 7. - P. 409–448.
10. Hockney R., Eastwood J. Computer Simulation Using Particles. - Moscow: Mir, 1987. - 638 p.
11. Krivtsov A.M., Krivtsova N.V. Particle method and its application in solid mechanics // Far Eastern Mathematical Journal. - 2002. - Vol. 3, No. 2. - P. 254–276.
12. Modal control for damping of elastic vibrations bound and perspective / Polyanskiy V.A., Smirnova N.A. // Noise Theory and Practice. - 2023. - Vol. 9, No. 2. - P. 52–64.
13. Experimental studies of the effectiveness of a strip vibration absorber with a single-point fastening / Kirpichnikov V.Yu. et al. // Noise Theory and Practice. - 2023. - Vol. 9, No. 1. - P. 50–57.
14. Asminin V.F., Enin I.V., Samofalova A.S., Sazonova S.A. Theoretical and experimental substantiation of the use of vibration-damping inserts in a variable design to reduce sound vibration from thin-walled metal casings and enclosures // Construction Engineering and Technology. - 2023. - P. 120–124.
15. Samofalova A.S., Asminin V.F. Use of vibration-damping inserts for metal structures of devices to reduce their vibration excitation // Training Under the Transition to the Innovative Development Path of Forestry: Proceedings of the Scientific and Practical Conference. Voronezh. - 2021. - P. 250–253.